

文章编号:1006—2106(2002)04—0038—06

刚性承台下柔性群桩与地基 相互作用的线性分析

刘杰^{1,2} 张可能²

(¹株洲工学院土木工程系, 湖南株洲 412008; ²中南工业大学资源环境工程学院, 湖南长沙 410083)

摘要:对桩侧土及桩端土均采用线性荷载传递函数,同时考虑桩周土所分担的荷载对桩基荷载传递规律的影响,利用力学理论及微分方程的近似解法—子域法,推导出了刚性承台下柔性群桩与地基相互作用的近似解析算式。在刚性承台下,中桩最大侧摩阻力出现在桩端,边中桩、角桩最大侧摩阻力出现在桩顶附近,角桩桩顶反力最大,边中桩次之,中桩最小。为了验证本文方法的可行性,将模型试验结果与本文计算结果进行了比较,对比表明:本文方法有较好的精度。

关键词:柔性群桩;线性分析;相互作用

中图分类号:U213 **文献标识码:**A

1 前言

在工程实际中,一般利用柔性桩与桩周土一起组成柔性群桩复合地基,目前柔性群桩复合地基常见的有:土桩、灰土桩、二灰桩、水泥土桩、CFG桩、低强度混凝土桩复合地基等多种类别。众所周知:在承台荷载作用下,承台下各柔性桩所分担的荷载是不同的^[1],如何确定承台下各桩及桩周土所分担的荷载和各桩的荷载传递规律是复合地基理论中一项非常重要的研究内容,目前这种复合地基的理论分析常用的方法是有限元;对于有限元法又可分为两类:第一种类型为传统的“群桩”有限元^{[2][3]}。所谓“群桩”有限元就是要求在加固区桩和土中分别设置单元,同时为了模拟桩—土界面的相互作用,可以在桩—土界设置接触面单元,这种方法的优点是能分析复合地基的承载机理,其缺点是由于自由度巨大而使计算十分困难。第二种类型是复合本构有限元^[4],这种方法是将加固区视为由桩和土组成的均质各向异性的复合材料,然后通过合理的方式建立能反映复合地基整体特征的本构方程,然后利用有限元法求解,该法在分析群桩复合地基划分单元时,不必考虑桩的存在,但无法模拟桩—土之间的相互作用。文^[5]通过实验得出了自由单桩在有边载

和无边载条件下桩的荷载传递规律有明显的区别,并指出:由于桩间土承载能力的发挥,复合地基中桩的承载特性与自由单桩不同。文^[6]通过桩、土位移协调条件,并利用 Geddes 的应力系数研究了桩箱(筏)基础与地基土的相互作用。

本文对桩侧土及桩端土均采用线性荷载传递函数,同时考虑桩周土所分担的荷载对刚性承台下柔性群桩荷载传递规律的影响,利用力学理论及微分方程的近似解法—子域法,推导出了刚性承台下各桩桩顶及桩周土顶荷载与沉降关系、桩身轴力随深度变化的关系、桩侧摩阻力沿深度变化的关系的近似解析算式。

2 桩土荷载传递函数及基本假定

1) 忽略桩周土的径向位移,并设桩及承台下的桩周土轴向变形均匀;

2) 设承台绝对刚性,即承台下的桩土顶面竖向位移相等;并忽略如图1中 AB、BC、CD、AD、BE、FC、HC 的竖直面两侧土与土之间的相对位移,即土与土之间摩擦阻力为零。

3) 桩土之间的摩擦阻力及承台边缘竖直面 EF、FG、GH 上的摩擦阻力及桩土底反力分别采用式(1)、(2)、(3)所示的线性模型:

· 收稿日期 2002-07-02 刘杰 副教授 男 1963年月出生

$$\tau_p(z) = k_p[w_p(z) - w_s(z)] \quad (1)$$

$$\tau_s(z) = k_s w_s(z) \quad (2)$$

$$p_b = k_b s_b; p_s = k_b s_s \quad (3)$$

式中: k_p, k_s 分别为桩土之间、土与土之间的抗剪刚度 (kN/m^3); k_b 为桩端土抗压刚度; $w_p(z), w_s(z)$ 分别为桩截面和承台下桩周土截面的轴向位移; s_b 为桩底位移, s_s 为桩周土底位移。

3 桩土相互作用分析

3.1 中桩与土的相互作用

为便于分析,建立如图 1 所示的坐标系,图 1 中: l_1 为中桩桩长; r_1 为中桩半径; $P_{p1}(z_1)$ 为中桩截面上的轴力; $P_{s1}(z_1)$ 为中桩桩周土截面上的轴力; $w_{p1}(z_1)$ 为中桩截面的轴向位移; $w_{s1}(z_1)$ 为中桩桩周土截面的轴向位移; E_p, E_s 分别为桩的弹性模量和桩周土的变形模量; a, b 的含义见图 1。

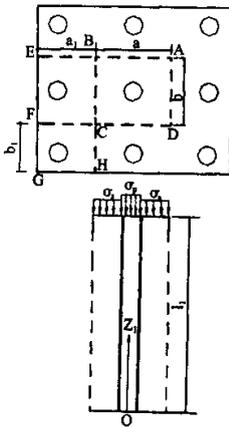


图 1 桩土计算体系

为研究中桩与土的相互作用,取如图 1 所示 ABCD 区域的桩土体系为研究对象,从桩体上取微段 dz_1 为分析对象,受力如图 2 所示,由微段的竖向平衡条件及轴向拉压虎克定律,同时利用式(1)可得中桩的控制微分方程为:

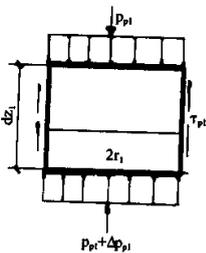


图 2 桩单元受力图

$$\frac{d^2 w_{p1}(z_1)}{dz_1^2} = \lambda^2 [w_{p1}(z_1) - w_{s1}(z_1)] \quad (4)$$

$$P_{p1}(z_1) = -E_p \pi r_1^2 \frac{dw_{p1}(z_1)}{dz_1} \quad (5)$$

$$\text{式中: } \lambda = \sqrt{k_p / E_p r_1}$$

为研究中桩桩周土的荷载传递规律,从桩周土中取微段 dz_1 为研究对象,受力如图 3 所示,由微段的竖向平衡条件及轴向拉压虎克定律,同时利用式(1)可得中桩桩周土的控制微分方程为:

$$\frac{d^2 w_{s1}(z_1)}{dz_1^2} = -\lambda_c^2 [w_{p1}(z_1) - w_{s1}(z_1)] \quad (6)$$

$$P_{s1}(z_1) = -E_p (ab - \pi r_1^2) \frac{dw_{s1}(z_1)}{dz_1} \quad (7)$$

$$\text{式中: } \lambda_c = \sqrt{2\pi r_1 k_p / E_s (ab - \pi r_1^2)}$$

$$\text{联立(4)(6)两式可得:}$$

$$\frac{d^4 w_{p1}(z_1)}{dz_1^4} - \mu^2 \frac{d^2 w_{p1}(z_1)}{dz_1^2} = 0 \quad (8)$$

$$\text{式中: } \mu = \sqrt{\lambda^2 + \lambda_c^2}$$

$$\text{求解(8)式可得:}$$

$$w_{p1}(z_1) = c_1 + c_2 z_1 + c_3 e^{\mu z_1} + c_4 e^{-\mu z_1} \quad (9)$$

$$\text{将(8)式代入(6)式,由微分方程理论可得式(6)的解为:}$$

$$w_{s1}(z_1) = c_5 e^{\lambda_c z_1} + c_6 e^{-\lambda_c z_1} + c_1 + c_2 z_1 + A c_3 e^{-\mu z_1} + A c_4 e^{-\mu z_1} \quad (10)$$

$$\text{式中: } A = -\lambda_c^2 / \lambda^2$$

由微分方程理论可知:(9)、(10)两式必须使(4)式恒成立,将(9)、(10)两式代入(4)式发现:(9)、(10)两式无法精确满足(4)式,在此利用微分方程的近似解法一子域法,也就是使(9)、(10)两式满足如下两个积分方程:

$$\int_0^{l_1/2} \left\{ \frac{d^2 w_{p1}(z_1)}{dz_1^2} - \lambda^2 [w_{p1}(z_1) - w_{s1}(z_1)] \right\} dz_1 = 0 \quad (11)$$

$$\int_{l_1/2}^{l_1} \left\{ \frac{d^2 w_{p1}(z_1)}{dz_1^2} - \lambda^2 [w_{p1}(z_1) - w_{s1}(z_1)] \right\} dz_1 = 0 \quad (12)$$

将(9)、(10)式代入(11)、(12)式可得待定系数为:

$$c_5 = \eta c_3 + \xi c_4 \quad (13)$$

$$c_6 = \beta c_3 + \gamma c_4 \quad (14)$$

$$\text{式中: } \eta = a [1 - e^{-(\mu + \lambda_c) l_1 / 2}] / (1 - e^{\lambda_c l_1}) (e^{\lambda_c l_1 / 2} - 1);$$

$$\xi = -a e^{-\mu l_1 / 2} [1 - e^{(\lambda_c - \mu) l_1 / 2}] / (1 - e^{\lambda_c l_1}) (e^{\lambda_c l_1 / 2} - 1);$$

$$\begin{aligned}\beta &= a[1 - e^{-\mu\lambda_1/2}]/(1 - e^{-\lambda_1 l_1})(e^{-\lambda_1 l_1/2} - 1); \\ \gamma &= -ae^{-\mu l_1/2}[1 - e^{-(\mu+\lambda_1)l_1/2}]/(1 - e^{-\lambda_1 l_1})(e^{-\lambda_1 l_1/2} - 1); \\ \alpha &= (1 - A - \mu^2/\lambda^2)(e^{\mu l_1/2} - 1)\end{aligned}$$

将(9)、(10)式分别代入(5)、(7)同时考虑(13)、(14)式,可得中桩桩身截面及桩周土截面上的轴力计算式 $P_{p1}(z_1)$ 、 $P_{s1}(z_1)$ 。

3.2 角桩与土的相互作用

为研究刚性承台下柔性角桩与土的相互作用,取如图1所示FGCH区域的桩土体系为研究对象,仿照前面的方法,可得角桩及桩周土截面的轴向位移分别为:

$$w_{p2}(z_2) = c_{1a}e^{\mu_1 z_2} + c_{2a}e^{-\mu_1 z_2} + c_{3a}e^{\mu_2 z_2} + c_{4a}e^{-\mu_2 z_2} \quad (15)$$

$$w_{s2}(z_2) = c_{5a}e^{\lambda_1 z_2} + c_{6a}e^{-\lambda_1 z_2} + A_1 c_{1a}e^{\mu_1 z_2} + A_1 c_{2a}e^{-\mu_1 z_2} + A_2 c_{3a}e^{\mu_2 z_2} + A_2 c_{4a}e^{-\mu_2 z_2} \quad (16)$$

$$c_{5a} = \beta_1 c_{1a} + \gamma_1 c_{2a} + \beta_2 c_{3a} + \gamma_2 c_{4a} \quad (17)$$

$$c_{6a} = \eta_1 c_{1a} + \xi_1 c_{2a} + \eta_2 c_{3a} + \xi_2 c_{4a} \quad (18)$$

式中: l_2 为角桩桩长; r_2 为角桩半径; $w_{p2}(z_2)$ 为角桩截面的轴向位移; $w_{s2}(z_2)$ 为角桩桩周土截面的轴向位移。

$$\lambda_1 = \lambda_a^2 + \lambda_r^2; \lambda_2 = \lambda_a^2(\lambda_a^2 - \lambda_r^2); \lambda_a = \sqrt{2k_p/E_p r_2^2};$$

$$\lambda_3 = \sqrt{[(a_1 + b_1)k_s + 2\pi r_2 k_p]/E_s(a_1 b_1 - \pi r_2^2)};$$

$$\lambda_j = \sqrt{2\pi r_2 k_p/E_s(a_1 b_1 - \pi r_2^2)}$$

$$\mu_1 = \sqrt{(\lambda_1 + \sqrt{\lambda_1^2 - 4\lambda_2})/2};$$

$$\mu_2 = \sqrt{(\lambda_1 - \sqrt{\lambda_1^2 - 4\lambda_2})/2};$$

$$A_j = \lambda_3^2/(\lambda_j^2 - \mu_j^2) \quad (j=1,2)$$

$$\beta_j = \alpha_j(1 - e^{(\lambda_1 + \mu_j)l_2/2})/e^{\lambda_1 l_2/2}(1 - e^{\lambda_1 l_2});$$

$$\gamma_j = \alpha_j(e^{-\mu_j l_2/2} - e^{(\lambda_1 - 2\mu_j)l_2/2})/e^{\lambda_1 l_2/2}(1 - e^{\lambda_1 l_2});$$

$$\alpha_j = \lambda_3 e^{\lambda_1 l_2/2}(e^{\mu_j l_2/2} - 1)(1 - A_j - \mu_j^2/\lambda_1^2 - 1);$$

$$\eta_j = \alpha_j - \beta_j e^{\lambda_1 l_2/2};$$

$$\xi_j = \alpha_j e^{-\mu_j l_2/2} - \gamma_j e^{\lambda_1 l_2/2}, (j=1,2); a_1, b_1 \text{ 的含义见图1.}$$

由轴向拉压虎克定律,并利用(15)、(16)式,可得角桩桩身截面及桩周土截面上的轴力计算式 $P_{p2}(z_2)$ 、 $P_{s2}(z_2)$ 。

3.2 承台边缘中桩与土的相互作用

为研究刚性承台边缘中桩与土的相互作用,取如图1所示BEFC区域的桩土体系为研究对象,仿照前面的方法,可得承台边缘中桩及桩周土截面的轴向位

移分别为:

$$w_{p3}(z_3) = c_{1r}e^{\mu_{1r} z_3} + c_{2r}e^{-\mu_{1r} z_3} + c_{3r}e^{\mu_{2r} z_3} + c_{4r}e^{-\mu_{2r} z_3} \quad (19)$$

$$w_{s3}(z_3) = c_{5r}e^{\lambda_{1r} z_3} + c_{6r}e^{-\lambda_{1r} z_3} + A_{1r}c_{1r}e^{\mu_{1r} z_3} + A_{1r}c_{2r}e^{-\mu_{1r} z_3} + A_{2r}c_{3r}e^{\mu_{2r} z_3} + A_{2r}c_{4r}e^{-\mu_{2r} z_3} \quad (20)$$

$$c_{5r} = \beta_{1r}c_{1r} + \gamma_{1r}c_{2r} + \beta_{2r}c_{3r} + \gamma_{2r}c_{4r} \quad (21)$$

$$c_{6r} = \eta_{1r}c_{1r} + \xi_{1r}c_{2r} + \eta_{2r}c_{3r} + \xi_{2r}c_{4r} \quad (22)$$

式中: l_3 为承台边缘中桩桩长; r_3 为承台边缘中桩半径; $w_{p3}(z_3)$ 为承台边缘中桩轴向位移; $w_{s3}(z_3)$ 为承台边缘中桩桩周土轴向位移;

$$\lambda_1 = \lambda_a^2 + \lambda_r^2; \lambda_2 = \lambda_a^2(\lambda_a^2 - \lambda_r^2); \lambda_r = \sqrt{2k_p/E_p r_3^2};$$

$$\lambda_3 = \sqrt{[(bk_s + 2\pi r_3 k_p)/E_s(a_1 b_1 - \pi r_3^2)]};$$

$$\lambda_{jr} = \sqrt{2\pi r_3 k_p/E_s(a_1 b_1 - \pi r_3^2)}$$

$$\mu_{1r} = \sqrt{(\lambda_{1r} + \sqrt{\lambda_{1r}^2 - 4\lambda_{2r}})/2};$$

$$\mu_{2r} = \sqrt{(\lambda_{1r} - \sqrt{\lambda_{1r}^2 - 4\lambda_{2r}})/2};$$

$$A_{jr} = \lambda_{3r}^2/(\lambda_{jr}^2 - \mu_{jr}^2) (j=1,2)$$

$$\beta_{jr} = \alpha_{jr}(1 - e^{(\lambda_{1r} + \mu_{jr})l_3/2})/e^{\lambda_{1r} l_3/2}(1 - e^{\lambda_{1r} l_3});$$

$$\gamma_{jr} = \alpha_{jr}(e^{-\mu_{jr} l_3/2} - e^{(\lambda_{1r} - 2\mu_{jr})l_3/2})/e^{\lambda_{1r} l_3/2}(1 - e^{\lambda_{1r} l_3});$$

$$\alpha_{jr} = \lambda_{3r} e^{\lambda_{1r} l_3/2}(e^{\mu_{jr} l_3/2} - 1)(1 - A_{jr} - \mu_{jr}^2/\lambda_{1r}^2 - 1);$$

$$\eta_{jr} = \alpha_{jr} - \beta_{jr} e^{\lambda_{1r} l_3/2};$$

$$\xi_{jr} = \alpha_{jr} e^{-\mu_{jr} l_3/2} - \gamma_{jr} e^{\lambda_{1r} l_3/2}, (j=1,2)$$

由轴向拉压虎克定律,并利用(19)、(20)式,可得承台边缘中桩桩身截面及桩周土截面上的轴力计算式 $P_{p3}(z_3)$ 、 $P_{s3}(z_3)$ 。

将(9)、(10)、(15)、(16)、(19)、(20)式及相应的轴力计算式一起写成矩阵形式,即:

$$\begin{Bmatrix} X_1(z_1) \\ X_2(z_2) \\ X_3(z_3) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1(z_1) & 0 & 0 \\ 0 & H_2(z_2) & 0 \\ 0 & 0 & H_3(z_3) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_c \\ C_a \\ C_r \end{Bmatrix} \quad (23)$$

式中: $X_i(z_i)$ ($i=1,2,3$) 分别为中桩、角桩、承台边缘中桩及相应的桩周土任意截面的状态向量, $X_i(z_i) = [P_{pi}(z_i) w_{si}(z_i) P_{si}(z_i)]^T$ ($i=1,2,3$); C_c 、 C_a 、 C_r 均为待定系数矩阵, $C_c = [c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4]^T$; $C_a = [c_{1a} \ c_{2a} \ c_{3a} \ c_{4a}]^T$; $C_r = [c_{1r} \ c_{2r} \ c_{3r} \ c_{4r}]^T$; $H_i(z_i)$ ($i=1,2,3$) 分别为中桩、角桩、承台边缘中桩及相应的桩周土的传递矩阵:

$$H_1(z_1) = \begin{bmatrix} 1 & z_1 & e^{\mu_{11}} & e^{-\mu_{11}} \\ 0 & -E_p \pi r_1^2 & \varphi(z_1) & \theta(z_1) \\ 1 & z_1 & F(z_1) & G(z_1) \\ 0 & -E_s(ab - r_1^2) & f(z_1) & g(z_1) \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$H_2(z_2) = \begin{bmatrix} e^{\mu_1 z_2} & e^{-\mu_1 z_2} & e^{\mu_2 z_2} & e^{-\mu_2 z_2} \\ \varphi_1(z_2) & \theta_1(z_2) & \varphi_2(z_2) & \theta_2(z_2) \\ F_1(z_2) & G_1(z_2) & F_2(z_2) & G_2(z_2) \\ f_1(z_2) & g_1(z_2) & f_2(z_2) & g_2(z_2) \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$H_1(z_1) = \begin{bmatrix} e^{\mu_1 z_1} & e^{-\mu_1 z_1} & e^{\mu_2 z_1} & e^{-\mu_2 z_1} \\ \varphi_1(z_1) & \theta_1(z_1) & \varphi_2(z_1) & \theta_2(z_1) \\ F_{1r}(z_1) & G_{1r}(z_1) & F_{2r}(z_1) & G_{2r}(z_1) \\ f_{1r}(z_1) & g_{1r}(z_1) & f_{2r}(z_1) & g_{2r}(z_1) \end{bmatrix} \quad (26)$$

式中: $\varphi(z_1) = -E_p \pi r_1^2 \mu e^{\mu z_1}$; $\theta(z_1) = E_p \pi r_1^2 \mu e^{-\mu z_1}$;

$$F(z_1) = A e^{\mu z_1} + \eta e^{\lambda z_1} + \beta e^{-\lambda z_1}$$

$$G(z_1) = A e^{-\mu z_1} + \xi e^{\lambda z_1} + \gamma e^{-\lambda z_1}$$

$$f(z_1) = -E_s(ab - \pi r_1^2)(A \mu e^{\mu z_1} + \eta \lambda e^{\lambda z_1} - \beta \lambda e^{-\lambda z_1});$$

$$g(z_1) = -E_s(ab - \pi r_1^2)(-A \mu e^{-\mu z_1} + \xi \lambda e^{\lambda z_1} - \gamma \lambda e^{-\lambda z_1});$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_j(z_2) &= -E_p \pi r_2^2 \mu_j e^{\mu_j z_2}; \theta_j(z_2) = E_p \pi r_2^2 \mu_j e^{-\mu_j z_2} \\ F_j(z_2) &= \beta_j e^{\lambda_j z_2} + \eta_j e^{-\lambda_j z_2} + A_j e^{\mu_j z_2} \\ G_j(z_2) &= \gamma_j e^{-\lambda_j z_2} + \xi_j e^{\lambda_j z_2} + A_j e^{-\mu_j z_2} \\ f_j(z_2) &= -E_s(a_j b_j - \pi r_2^2)(\beta_j \lambda_j e^{-\lambda_j z_2} - \eta_j \lambda_j e^{\lambda_j z_2} + A_j \mu_j e^{\mu_j z_2}); \\ g_j(z_2) &= -E_s(a_j b_j - \pi r_2^2)(\gamma_j \lambda_j e^{\lambda_j z_2} - \xi_j \lambda_j e^{-\lambda_j z_2} - A_j \mu_j e^{-\mu_j z_2}) \end{aligned} \right\} \quad (j=1,2)$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_\mu(z_3) &= -E_p \pi r_3^2 \mu_\mu e^{\mu_\mu z_3}; \theta_\mu(z_3) = E_p \pi r_3^2 \mu_\mu e^{-\mu_\mu z_3} \\ F_\mu(z_3) &= \beta_\mu e^{\lambda_\mu z_3} + \eta_\mu e^{-\lambda_\mu z_3} + A_\mu e^{\mu_\mu z_3} \\ G_\mu(z_3) &= \gamma_\mu e^{-\lambda_\mu z_3} + \xi_\mu e^{\lambda_\mu z_3} + A_\mu e^{-\mu_\mu z_3} \\ f_\mu(z_3) &= -E_s(a_\mu b_\mu - \pi r_3^2)(\beta_\mu \lambda_\mu e^{-\lambda_\mu z_3} - \eta_\mu \lambda_\mu e^{\lambda_\mu z_3} + A_\mu \mu_\mu e^{\mu_\mu z_3}); \\ g_\mu(z_3) &= -E_s(a_\mu b_\mu - \pi r_3^2)(\gamma_\mu \lambda_\mu e^{\lambda_\mu z_3} - \xi_\mu \lambda_\mu e^{-\lambda_\mu z_3} - A_\mu \mu_\mu e^{-\mu_\mu z_3}) \end{aligned} \right\} \quad (j=1,2)$$

中桩及桩周土的边界条件为:

$$\left. \begin{aligned} w_{p1}(z_1) &= |_{z_1=0} = s_b, w_{s1}(z_1) |_{z_1=0} = s_s \\ P_{p1}(z_1) |_{z_1=0} &= -P_b, P_{s1}(z_1) |_{z_1=0} = -P_n \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

$$\begin{Bmatrix} X_1(z_1) \\ X_2(z_2) \\ X_3(z_3) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1(z_1) & 0 & 0 \\ 0 & H_2(z_2) & 0 \\ 0 & 0 & H_3(z_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1(0) & 0 & 0 \\ 0 & H_2(0) & 0 \\ 0 & 0 & H_3(0) \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} X_1(0) \\ X_2(0) \\ X_3(0) \end{Bmatrix} \quad (31)$$

$$\begin{Bmatrix} X_1(l_1) \\ X_2(l_2) \\ X_3(l_3) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1(l_1) & 0 & 0 \\ 0 & H_2(l_2) & 0 \\ 0 & 0 & H_3(l_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1(0) & 0 & 0 \\ 0 & H_2(0) & 0 \\ 0 & 0 & H_3(0) \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} X_1(0) \\ X_2(0) \\ X_3(0) \end{Bmatrix} \quad (32)$$

式中: $X_1(l_1)$ 、 $X_2(l_2)$ 、 $X_3(l_3)$ 分别为中桩、角桩、承台边缘中桩及桩周土顶截面状态向量, $X_1(l_1) = [s_1 - P_{1s1} - P_{n1}]^T$; $X_2(l_2) = [s_2 - P_{2s2} - P_{n2}]^T$; $X_3(l_3) = [s_3 - P_{3s3} - P_{n3}]^T$; s_1 、 s_2 、 s_3 、 s_{s1} 、 s_{s2} 、 s_{s3} 分别为中桩、角桩、承台边缘中桩及桩周土顶沉降; P_{11} 、 P_{21} 、 P_{31} 、 P_{12} 、 P_{22} 、 P_{13} 分别为中桩、角桩、承台边缘中桩及桩周土顶荷载。

利用(31)式中求出中桩、角桩、承台边缘中桩及桩

角桩及桩周土的边界条件为:

$$\left. \begin{aligned} w_{p2}(z_2) &= |_{z_2=0} = s_a, w_{s2}(z_2) |_{z_2=0} = s_n \\ P_{p2}(z_2) |_{z_2=0} &= -P_a, P_{s2}(z_2) |_{z_2=0} = -P_n \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

承台边缘中桩及桩周土的边界条件为:

$$\left. \begin{aligned} w_{p3}(z_3) &= |_{z_3=0} = s_r, w_{s3}(z_3) |_{z_3=0} = s_d \\ P_{p3}(z_3) |_{z_3=0} &= -P_r, P_{s3}(z_3) |_{z_3=0} = -P_d \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

式中: s_b 、 s_a 、 s_r 、 P_b 、 P_a 、 P_r 分别表示中桩、角桩、承台边缘中桩桩底截面位移和反力, $P_b = k_b A_b s_b$, $P_a = k_b A_a s_a$, $P_r = k_b A_r s_r$, A_b 、 A_a 、 A_r 分别表示中桩、角桩、承台边缘中桩桩底截面面积; s_s 、 s_n 、 s_d 、 P_s 、 P_n 、 P_d 分别表示中桩、角桩、承台边缘中桩桩周土底截面位移和反力; $P_s = k_b A_s s_s$, $P_n = k_b A_n s_n$, $P_d = k_b A_d s_d$, A_s 、 A_n 、 A_d 分别表示中桩、角桩、承台边缘中桩桩周土底截面面积。

将(27)、(28)、(29)式代入(23)式可得待定系数矩阵为:

$$\begin{Bmatrix} C_c \\ C_a \\ C_r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1(0) & 0 & 0 \\ 0 & H_2(0) & 0 \\ 0 & 0 & H_3(0) \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} X_1(0) \\ X_2(0) \\ X_3(0) \end{Bmatrix} \quad (30)$$

式中: $X_1(0)$ 、 $X_2(0)$ 、 $X_3(0)$ 分别为中桩、角桩、承台边缘中桩桩底与桩周土底截面状态向量, $X_1(0) = [s_b - P_b s - P_s]^T$; $X_2(0) = [s_a - P_a s_n - P_n]^T$; $X_3(0) = [s_r - P_r s_d - P_d]^T$;

将(30)式代入(23)式可得中桩、角桩、承台边缘中桩及桩周土任意截面状态向量与桩底及土底截面状态向量的关系如(31)式。

将 $z_1 = l_1$ 、 $z_2 = l_2$ 、 $z_3 = l_3$ 代入(31)式可得中桩、角桩、承台边缘中桩及桩周土顶截面状态向量与桩底及土底截面状态向量的关系如(32)式。

周土截面上的位移和轴力,从而绘制出桩截面与桩周土截面上的轴力及位移沿深度变化的规律,同时也可以绘制出桩侧摩阻力沿深度变化的规律。利用(32)式可方便地绘制出中桩、角桩、承台边缘中桩及桩周土顶、桩土复合体荷载—沉降曲线。

采用本方法计算的步骤是:首先利用(32)式分别列出中桩、角桩、承台边缘中桩桩顶沉降与相应的桩周

土顶沉降相等的方程,即通过 $s_1 = s_{s1}, s_2 = s_{s2}, s_3 = s_{s3}$ 分别确定中桩、角桩、承台边缘中桩桩底位移和相应的桩周土底位移的关系式。再根据假设 2), 利用 $s_1 = s_2 = s_3$ 分别确定 s_a, s_r 与 s_b 的关系式。然后假设中桩一系列的桩底位移 s_{b1}, s_{b2}, \dots , 利用 s_a, s_r 与 s_b 的关系式可确定与中桩一系列的桩底位移相对应的角桩及承台边缘中桩一系列的桩底位移; 利用 s_b 与 s_r, s_a 与 s_a, s_r 与 s_a 的关系式确定相应的桩周土底位移 $s_{s1}, s_{s2}, \dots, s_{s1}, s_{s2}, \dots, s_{a1}, s_{a2}, \dots$; 然后利用 (31) 和 (32) 式确定各桩截面及相应的桩周土截面上的位移和轴力, 并可绘制出荷载沉降曲线。本文方法同样适于桩顶沉降和桩周土顶沉降不相等, 但各桩桩顶荷载及相应的桩周土分担的荷载为已知时截面上轴力、位移及荷载与沉降关系的确定。

4 算例与分析

算例一: 设一柔性群桩承台, 承台下桩长 10.0 m, 桩半径为 0.25 m, 桩间距为 2.0 m, 边桩中心至承台边缘的距离为 0.5 m, 承台下共有 9 根桩。取桩的弹性模量 $E_p = 150 \text{ MPa}$, 桩周土的变形模量 $E_s = 1.5 \text{ MPa}$ 。取计算参数 $k_p = 1500 \text{ MPa/m}$, $k_s = 900 \text{ MPa/m}$, $k_b = 2500 \text{ MPa/m}$ 。图 4—6 分别为承台沉降为 $s = 40 \text{ mm}$ 时, 各桩桩身轴向位移、轴力和桩土之间的侧摩阻力随深度 z 变化的关系曲线; 由图可看出: 在桩顶沉降相等的条件下, 各桩的侧摩阻力、桩身轴向位移和轴力均不相同。在刚性承台下, 中桩最大侧摩阻力出现在桩端, 边中桩、角桩最大侧摩阻力出现在桩顶附近, 角桩桩顶反力最大, 边中桩次之, 中桩最小, 中桩、边中桩、角桩的反力比例为 1 : 2.12 : 2.63。上述规律与文[6][7] 所得结论很吻合。

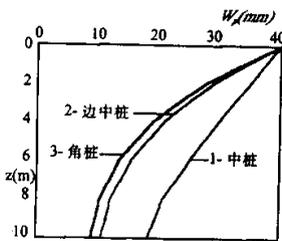


图 4 桩身轴向位移分布

算例二: 模型实验; 该模型实验在长 \times 宽 \times 高 = $2.0 \times 2.0 \times 2.0 \text{ m}$ 的钢制箱中进行, 承台下共有 9 根桩, 桩长 1.0 m, 桩间距为 0.45 m, 边桩中心至承台边缘的距离为 0.15 m, 桩体材料为水泥与粘土混合料, 水泥渗入量为 10%, 桩的半径为 0.075 m。成桩方法为: 首先采用钢制模具静压成孔, 然后夯填混合料, 并在桩的对称轴上置一直径约 2.5 cm 伸至桩端的塑料

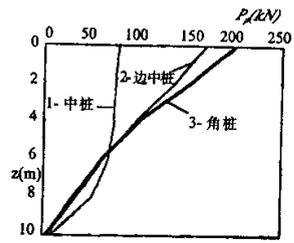


图 5 桩身轴力分布

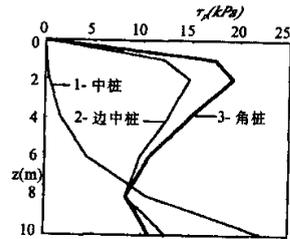


图 6 桩侧摩阻力分布

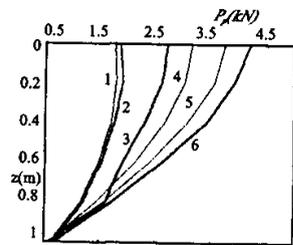


图 7 桩身轴力分布

管, 且每隔 0.2 m 沿侧面对称粘应变片, 以便测量相应位置的应变, 并通过所测应变值确定桩截面上的内力。由室内实验测得桩的弹性模量为 $E_p = 148.5 \text{ MPa}$, 桩周土压缩模量 $E = 3.15 \text{ MPa}$, 取土的泊松比 $\mu = 0.4$, 然后利用 $E_s = E[1 - 2\mu^2 / (1 - \mu)]$ 确定土的变形模量。由孔底静载实验测得 $k_b = 1.85 \times 10^3 \text{ kPa/m}$, 取模型桩侧土压力的平均值作为直剪试验的法向应力。由直剪试验测得 $k_p = 856 \text{ kPa/m}$, $k_s = 782 \text{ kPa/m}$ 。图 7 为承台沉降为 20 mm 时, 各桩桩身轴力沿深度 z 变化的关系曲线, 1、2 曲线分别为中桩轴力分布的计算值和实测值, 3、4 曲线分别为边中桩轴力分布的实测值和计算值, 5、6 曲线分别为角桩轴力分布的计算值和实测值; 图 8 为群桩复合体荷载沉降曲线的实测结果和计算结果。由图 7、8 可看出, 实测值与计算值很接近, 且变化规律相当一致。这说明本文方法是可行的。

5 结论

1) 在考虑桩周土所分担的荷载对单桩荷载传递规

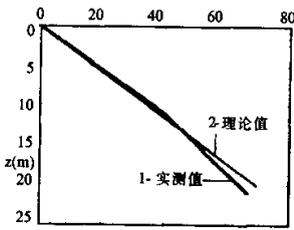


图8 群桩荷载沉降曲线

律的影响的条件下,本文推导出了刚性承台下中桩、边中桩、角桩与地基相互作用近似解析算式,这对工程设计有一定的指导意义。

2)在刚性承台下,中桩最大侧摩阻力出现在桩端,边中桩、角桩最大侧摩阻力出现在桩顶附近,角桩桩顶反力最大,边中桩次之,中桩最小。

3)在复合地基中,桩间土分担荷载的大小对桩的荷载传递规律有一定影响,利用单桩静载试验所确定

的桩基承载力作为复合地基中桩的承载力是不合理的。

参考文献

- [1] 赵锡宏. 带裙房的高层建筑与地基基础共同作用的设计理论与实践[M]. 上海: 同济大学出版社, 1999.
- [2] 段继伟. 柔性桩复合地基的数值分析[D]. 浙江大学博士学位论文, 1993.
- [3] 史春. 粉煤灰桩复合地基模型试验及其三维有限元分析[M]. 河海大学硕士学位论文, 1996.
- [4] 杨涛. 复合地基沉降计算理论、位移反分析模型和二灰土桩软基固试验研究[D]. 河海大学博士学位论文, 1997.
- [5] 阎明礼, 张东刚. CFG桩复合地基技术及工程实践[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2001.
- [6] 尚守平, 杜运兴. 桩箱(筏)基础与地基土共同作用的分析研究[J]. 土木工程学报, 2001, 34(4): 93—97.
- [7] 何颐华, 金宝森. 高层建筑桩箱基础加摩擦群桩的桩土共同作用[J]. 岩土工程学报, 1991, 12(3): 53—56.

LINEAR ANALYSIS OF INTERACTION FOR FLEXIBLE GROUPED PILES AND SOIL UNDER RIGID CAP

LIU jie^{1,2} ZHANG Ken-neng²

¹ Department of civil engineering, Zhu Zhou institute of technology

² College of Resources, Environment and Civil Engineering, Central south university

Abstract: Based on linear load deliver function to pile-side soil and pile-end soil, and considering influence of sharing load of the pile-side soil on load deliver law of piles, Using mechanics theory and approximate solution method-district method of differential equation, approximation analytical formulas of interaction for the flexible grouped piles and soil are derived under rigid cap. The maximal pile-side friction force of central pile show up in pile-end, the maximal pile-side friction force of edge pile and angle pile show up near pile-top, under rigid cap. The pile-top counter force of the angle pile is the biggest, the edge pile is the second, the central pile is the smallest. To verifying the reliability of the proposed method, the results of the model test are compared with the results in this parer, contrast snunciation; the proposed method has good precision.

Key words: flexible grouped piles; linear analysis; interaction

(上接第49页)

TECHNIQUE ON TREATMENT OF KARST FOUNDATION

LI Ya-wu

China Railway Thirteenth Engineering Bureau Group Co., Ltd

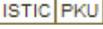
Abstract: Dealing with the tunnel foundation of subway during passing through the karst geology, the combination of techniques, such as filling, rotary spraying, sleeve-tube grouting, etc, are adopted to reinforce the soft ground and to seal the karst cracks. Good effect has been obtained by the comprehensive application of the corresponding technologies.

Key words: karst geology; filling; rotary spraying; grouting; foundation treatment

刚性承台下柔性群桩与地基相互作用的线性分析

作者: [刘杰](#), [张可能](#)

作者单位: [刘杰\(株洲工学院土木工程系, 湖南, 株洲, 412008; 中南工业大学资源环境工程学院, 湖南, 长沙, 410083\)](#), [张可能\(中南工业大学资源环境工程学院, 湖南, 长沙, 410083\)](#)

刊名: [铁道工程学报](#) 

英文刊名: [JOURNAL OF RAILWAY ENGINEERING SOCIETY](#)

年, 卷(期): 2002 (4)

参考文献(7条)

1. [赵锡宏](#) [带裙房的高层建筑与地基基础共同作用的设计理论与实践](#) 1999
2. [段继伟](#) [柔性桩复合地基的数值分析](#)[学位论文] 1993
3. [史春](#) [粉煤灰桩复合地基模型试验及其三维有限元分析](#)[学位论文] 1996
4. [杨涛](#) [复合地基沉降计算理论、位移反分析模型和二灰土桩软基固试验研究](#)[学位论文] 1997
5. [阎明礼;张东刚](#) [CFG桩复合地基技术及工程实践](#) 2001
6. [尚守平;杜运兴](#) [桩箱\(筏\)基础与地基土共同作用的分析研究](#)[期刊论文]-[土木工程学报](#) 2001 (04)
7. [何颐华;金宝森](#) [高层建筑桩箱基础加摩擦群桩的桩土共同作用](#) 1991 (03)

引用本文格式: [刘杰](#). [张可能](#) [刚性承台下柔性群桩与地基相互作用的线性分析](#)[期刊论文]-[铁道工程学报](#) 2002 (4)