

文章编号:1006-2106(2015)03-0090-06

# 考虑随机性和状态相关性的地铁宽度设计<sup>\*</sup>

蒋阳升<sup>\*\*</sup> 朱娟秀 胡路 方传武

(西南交通大学, 成都 610031)

**摘要:**研究目的:地铁行人通道宽度设计决定通道的服务水平和流通效率,为使设计的地铁通道宽度满足给定的服务水平和需求的波动性,本文在考虑客流到达、服务的随机性和状态相关性的基础上,建立描述通道排队现象的状态相关排队模型及基于该模型的服务水平和通道宽度的量化关联模型,以供地铁车站合理设计行人通道宽度。

**研究结论:**(1)通过模型与微观仿真验证,本文以准生灭过程建立的 PH 状态相关排队模型,可以准确描述通道排队现象;(2)基于 PH 状态相关排队模型的通道有效宽度量化值较其他排队模型计算值有所提高;(3)在 PH 状态相关排队模型设计宽度下得到的真实人均面积与设计服务水平最接近,而其他模型的计算值均无法满足设计服务水平;(4)本研究成果对真实有效描述地铁通道排队现象,地铁车站规划设计与运营管理具有重要意义。

**关键词:**地铁通道宽度设计;PH 状态相关排队模型;准生灭过程;变异系数;状态相关性

中图分类号:U231.4 文献标识码:A

## Width Design of Subway Footway Considering the Randomness and State – dependence

JIANG Yang – sheng, ZHU Juan – xiu, HU Lu, FANG Chuan – wu

(Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China)

**Abstract; Research purposes:** The width of subway footway determines the level of service and the efficiency of circulation. To meet the given level of service and the demand of volatility, a queuing model considering the randomness and state – dependence of the passenger arrival and service is established to describe the footway queuing phenomenon, and then the quantitative association model between the level of service and footway width is developed to design the rational width of subway footway.

**Research conclusions:** (1) According to the micro – simulation validation, the PH queuing model based on quasi birth and death processes can accurately describe footway queuing phenomenon. (2) The design width based on the PH queuing model is larger than that of other queuing models. (3) The real area per person under the design width based on the PH queuing model is closest to the design level of service, while the results based on other models are all unable to meet that. (4) The research result is of great significance for a real and effective description of the footway queuing phenomenon and for planning and operation of subway station.

**Key words:** subway footway width design; PH queuing model; quasi birth and death processes; coefficient of variation; state – dependence

<sup>\*</sup> 收稿日期:2014-11-13

基金项目:国家自然科学基金(51108391);西南交通大学优秀博士学位论文培育项目

<sup>\*\*</sup> 作者简介:蒋阳升,1976 年出生,男,教授,博士生导师。

## 1 引言

地铁行人通道宽度设计直接决定通道的服务水平和疏散效率,同时还影响与之衔接的其他服务设施的运营。通道宽度太宽会增大建设成本,造成能力的浪费;反之,通道宽度太窄又会导致通行能力不足、服务水平低下,导致过度拥挤、乘客长时间逗留,严重时还会发生踩踏等不安全事故。因此,合理设计地铁车站行人通道宽度对地铁车站规划设计和运营管理都具有十分重要的意义。

现有的设计规范<sup>[1]</sup>将随机排队问题简化为确定型的 D/D/1 排队模型,忽略了客流到达和服务的随机性,也没有考虑到服务时间的状态相关性,从而导致设计的通道不能满足给定的服务水平和需求波动性。鉴于此,蒋阳升等<sup>[2]</sup>提出基于 M/G/1 排队模型的地铁宽度设计方法,但由于该模型中服务规律没有考虑到状态相关性,且根据文献[3]中的验证,泊松分布(M)不能真实有效地描述客流到达的随机性;李庆生<sup>[4]</sup>在客运专线车站通道宽度设计上考虑了旅客分布的不均匀性,但将不均匀系数设置为定值,未考虑到服务时间的状态相关性。基于对服务时间状态相关性的考虑,Smith 等<sup>[5]</sup>首次建立了随机等价的 M/M(n)/C/C 和 M/G(n)/C/C 的状态相关排队模型,分析了包括通道在内的流通系统,并对通道的宽度取值进行了优化;研究表明了 M/G(n)/C/C 状态相关排队模型比 D/D/1 和 M/G/1 更能描述通道及类似系统的排队现象,但在服务时间分布上是以标准差与平均值的状态相关性相同为假设,而实际两者差异较大(参见 2.4 节),且到达规律仍假设为泊松分布,因而模型与实际情况仍有较大差距。

文献[6]表明相位型分布因其理论上可无限逼近任意非负随机变量且易处理,使得大部分排队现象可以被准确地描述;之后蒋等(2011)在中国国家自然科学基金青年项目(编号为 51108391)首次提出了采用 PH 型排队模型进行地铁车站规划设计的思路;随后蒋等<sup>[3]</sup>采用胡等<sup>[7]</sup>设计的 PH 分布拟合算法高效地拟合了地铁客流到达时间间隔分布,首次开展了 PH 分布在交通领域的应用研究。基于此,本文根据地铁通道的客流到达和服务时间的随机性及其状态相关性,综合考虑服务水平,建立到达时间间隔、服务时间均为 PH 分布的 PH/PH(n)/C/C 状态相关排队模型来描述地铁通道排队现象。

## 2 模型建立前的准备

### 2.1 通道排队系统描述

对于地铁通道系统,行人通过通道的时间是状态

相关且客流到达是损失制的。对于单向客流的水平通道系统,如果把通道的每个可占用的位置作为服务台,则可以把高峰客流和通道抽象为 A/B(n)/C/C 混联排队系统。对于双向或多向高峰客流的水平通道系统,可将到达时间间隔分布为 A<sub>1</sub>、A<sub>2</sub> 的双向客流和 A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, ..., A<sub>l</sub> 的多股客流分别合并成一股时间间隔为 A'和 A''的客流,则双向和多向高峰客流的水平通道系统均可视为单向客流的水平通道系统,即可用 A'/B'(n)/C/C、A''/B''(n)/C/C 排队系统描述。

### 2.2 简化的 PH 分布简介

对于 m 阶的 PH 分布却需要确定多达 m<sup>2</sup> + m 个参数,在通道的规划设计阶段,从而不便于实际应用。Sadre<sup>[8]</sup>和 Weerstra<sup>[9]</sup>采用基于实际数据的均值 EX 和变异系数 c<sup>2</sup> 以确定简化 PH 分布,在拟合一般的非负随机变量时具有很好的效果,为采用 PH 排队模型进行通道设计提供了可能:

当 c<sup>2</sup> ≤ 1 时, m = [1/c<sup>2</sup>], α = (1, 0, ..., 0), 矩阵 T 可以表示如下:

$$T = \begin{pmatrix} -t_1 & t_1 & & & \\ & -t_2 & t_2 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & -t_{m-1} & t_{m-1} \\ & & & & -t_m \end{pmatrix} \quad (1)$$

式中, t<sub>i</sub> = m/EX, 1 ≤ i ≤ m - 2; t<sub>m-1</sub> = mt<sub>m</sub>/(2t<sub>m</sub>EX - m), t<sub>m</sub> = 2m(1 + √(1/2 m(mc<sup>2</sup> - 1)))/[EX(m + 2 - m<sup>2</sup>c<sup>2</sup>)].

当 c<sup>2</sup> > 1 时, m = 2, α = (p, 1 - p), p = 1/2(1 + √((c<sup>2</sup> - 1)/(c<sup>2</sup> + 1))), 矩阵 T 可以表示如下:

$$T = \begin{pmatrix} -2p/EX & \\ & -2(1-p)/EX \end{pmatrix} \quad (2)$$

当用该简化的 PH 分布描述到达时间间隔分布和服务时间分布时,我们也分别用符号 <λ, c<sub>a</sub><sup>2</sup>> 或 <u, c<sub>s</sub><sup>2</sup>> 来表示,其中 λ = u = 1/EX 表示到达率或服务率。

### 2.3 到达时间间隔的 PH 拟合

本文根据文献[3]中的数据,选择其中上海市世纪大道地铁站出入口通道调查得到的 9 组不同变异系数的客流到达间隔数据,简化的 PH 分布的平均拟合度高达 96.51%。因此,采用简化 PH 分布可以非常好地描述地铁通道客流到达时间间隔规律。

### 2.4 状态相关的服务时间分布的 PH 拟合

#### 2.4.1 行人速度的状态相关性

根据文献[10]中基于大量数据的统计分析研究结果表明,Log - N 描述通道内的行人速度能取得比正态分布更好的拟合效果。基于 Log - N 分布,可分析

得出行人速度  $V_n$  的状态相关性完全由均值  $v_n$  和标准差  $\delta_n$  的状态相关性决定,通过对由文献[3]中上海世纪大道地铁站数据分析,并采用 AnyLogic 软件模拟一段  $L$  和  $W$  分别为 10 m 和 3 m 的单向、双向以及多向的水平通道及其客流,通过分析得出如下相关模型:

#### 2.4.1.1 平均速度的状态相关模型

$$v_n = v_1 \cdot \exp\left[-\left(\frac{n-1}{\omega}\right)^\gamma\right] \quad (n=1,2,\dots,C) \quad (3)$$

式中,  $\gamma = \ln\left[\frac{\ln(v_n/v_1)}{\ln(v_b/v_1)}\right] / \ln\left(\frac{a-1}{b-1}\right)$ ;  $\omega = (a-1) / [\ln(v_1/v_a)]^{1/\gamma} = (b-1) / [\ln(v_1/v_b)]^{1/\gamma}$ ;  $v_1$  为通道内只有一个人行走时的平均速度;  $C = [k \cdot L \cdot W]$ , 其中  $k$  为最大行人密度,  $L$ 、 $W$  分别为通道的有效长度和宽度;  $v_a$  为行人密度, 取 2 ped/m<sup>2</sup> 时的平均速度;  $v_b$  为行人密度, 取 4 ped/m<sup>2</sup> 时的平均速度。

#### 2.4.1.2 速度标准差的状态相关模型

$$\delta_n = \delta_1 \cdot \exp\left[-\left(\frac{n-1}{\omega'}\right)^{\gamma'}\right] \quad (n=1,2,\dots,C) \quad (4)$$

式中,  $\gamma' = \ln\left[\frac{\ln(\delta_n/\delta_1)}{\ln(\delta_b/\delta_1)}\right] / \ln\left(\frac{a-1}{b-1}\right)$ ;  $\omega' = (a-1) / [\ln(\delta_1/\delta_a)]^{1/\gamma'} = (b-1) / [\ln(\delta_1/\delta_b)]^{1/\gamma'}$ ;  $\delta_1$  为通道内只有一个人行走时的速度标准差;  $\delta_a$  为行人密度, 取 2 ped/m<sup>2</sup> 时的速度标准差;  $\delta_b$  为行人密度, 取 4 ped/m<sup>2</sup> 时的速度标准差。

根据具有状态相关性的速度均值  $v_n$  和标准差  $\delta_n$ , 可以确定行人速度服从的对数正态分布:

$$\text{Log} - N(v'_n, \delta'_n) \quad (5)$$

其中,  $v'_n = \ln(v_n) - 0.5 \cdot \ln[1 + (\delta_n/v_n)^2]$ ,  $\delta'_n = (\ln[1 + (\delta_n/v_n)^2])^{0.5}$ 。

#### 2.4.2 服务时间的状态相关性和 PH 拟合

##### 2.4.2.1 单向客流的服务时间

根据 2.4.1 节可知,  $V_n$  服从式(5)的对数正态分布  $\text{Log} - N(v'_n, \delta'_n)$ , 但因对数正态分布不具备 Markov 性, 还需要进一步加工处理成相应的 PH 分布。由 2.2 节可知, 由式(3)~式(5)可获得服务时间随机变量  $B(n) = L/V_n$  的变异系数的平方  $c_{s,n}^2$  和服务率  $\mu_n$ :

$$c_{s,n}^2 = \left\{ \frac{\delta_1}{v_1} \cdot \exp\left[\left(\frac{n-1}{\omega}\right)^\gamma - \left(\frac{n-1}{\omega}\right)^{\gamma'}\right] \right\}^2, \quad (n=1,2,\dots,C) \quad (6)$$

$$u_n = v_1 \cdot \exp\left[-\left(\frac{n-1}{\omega}\right)^\gamma\right] / [L \cdot (1 + c_{s,n}^2)], \quad (n=1,2,\dots,C) \quad (7)$$

因此, 将式(6)、式(7)直接代入式(2), 便可以获

得描述服务时间  $B(n)$  的简化 PH 分布  $\langle \mu_n, c_{s,n}^2 \rangle$  的  $l_n$  阶表示  $(\beta'_n, S'_n)$ , 记为:

$$B(n) \sim \text{PH} \langle \mu_n, c_{s,n}^2 \rangle \text{ 或 } \text{PH}(\beta'_n, S'_n) \quad (8)$$

为了验证简化 PH 分布的拟合效果, 设计了其跟踪对数正态分布的效果实验。针对 9 组不同变异系数的对数正态分布的拟合结果表明, 简化 PH 分布的平均拟合度高达 93.19%。因而, 采用简化 PH 分布仍可以非常好地描述服务时间分布。

##### 2.4.2.2 双向与多向客流的服务时间

由 2.1 节可知, 双向客流的情况与单向客流类似, 其服务时间  $B'_n$  所服从的对数正态分布与式(5)的形式相同, 加工处理后的简化 PH 分布与式(8)的形式相同。

同样的, 对于多向客流, 各向客流到达率分别为  $\lambda_i (i=1,2,\dots,I)$ , 客流到其出口的旅行距离分别为  $L_1, L_2, \dots, L_I$ , 其服务时间  $B''_n$  所服从的简化 PH 分布与式(8)有相同的表达。

### 3 通道排队模型

#### 3.1 单向客流排队模型

令到达间隔  $A$  的分布  $\text{PH} \langle \lambda, c_a^2 \rangle$  有  $m$  阶表示  $(\alpha, T)$ ; 服务时间  $B(n)$  的分布  $\text{PH} \langle u_n, c_{s,n}^2 \rangle$  有  $l_n$  阶表示  $(\beta_n, S_n)$ 。因此, 由 2.1 节可知, 通道及客流可以描述成  $\text{PH}/\text{PH}(n)/C/C$  的混联排队模型, 其中 PH 代表到达间隔分布  $\langle \lambda, c_a^2 \rangle$ ,  $\text{PH}(n)$  表示服务时间分布  $\langle u_n, c_{s,n}^2 \rangle$ ; 虽然文献[9]提供了求解  $\text{PH}/\text{PH}/C/C$  并联排队模型的方法, 但不适用本文的混联排队模型。

记当通道内的顾客数稳定维持在  $n$  时, 当前  $n$  个顾客全部输出所需要的时间随机变量为  $X_n$ , 假设这  $n$  个顾客至少有一个是刚进入通道且是最后一个离开通道的顾客, 则  $X_n$  与行人通过通道的时间同分布, 即  $X_n \sim \text{PH} \langle u_n, c_{s,n}^2 \rangle$ 。由于通道内的  $n$  个顾客是一个一个输出(同时输出的顾客可认为输出时间间隔为 0), 平均每人输出的间隔时间随机变量为  $X_n/n$ , 产生一种每人都要等待前一个人输出后才能输出的效果, 因此通道及客流又相当于只有一个服务台, 服务时间(即输出间隔时间)随机变量为  $X_n/n$  的排队系统。 $X_n/n$  服从  $\langle nu_n, c_{s,n}^2 \rangle$  的 PH 分布, 并且有  $l_n$  阶 PH 表示为  $(\beta_n, nS_n)$ 。因此,  $\text{PH} \langle \lambda, c_a^2 \rangle / \text{PH} \langle u_n, c_{s,n}^2 \rangle / C/C$  的混联排队模型可以转化成  $\text{PH} \langle \lambda, c_a^2 \rangle / \text{PH} \langle nu_n, c_{s,n}^2 \rangle / 1/C$  的单服务台状态相关排队模型。

对于  $t$  时刻系统的状态, 不再只用通道内的顾客数  $n$  表征, 而增加  $t$  时刻到达过程的相位  $j (1 \leq j \leq m)$ 、服务过程的相位  $k_n$  (当系统有顾客时,  $1 \leq k_n \leq l_n$ ;

无顾客时,则取消服务相位这一项)共同定义。因而 状态空间  $U$  可写为:

$$U = \{(n, j) | n = 0, 1 \leq j \leq m\} \cup \{(n, j, k_n) | 1 \leq n \leq C, 1 \leq j \leq m, 1 \leq k_n \leq l_n\} \quad (9)$$

对上述空间进行分隔可知该排队系统构成了一个 准生灭过程,其生成矩阵  $Q$  可表达为:

$$Q = \begin{pmatrix} T & T^0 \alpha \otimes \beta_1 & & & & \\ E_m \otimes S_1^0 & T \oplus S_1 & T^0 \alpha \otimes E_{1,2} & & & \\ & E_m \otimes 2 S_2^0 & T \oplus S_2 & T^0 \alpha \otimes E_{2,3} & & \\ & & E_m \otimes 3 S_3^0 \beta_1 & T \oplus S_3 & T^0 \alpha \otimes E_{3,4} & \\ & & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & & E_m \otimes (C-1) S_{C-1}^0 \beta_{C-1} & T \oplus (C-1) S_{C-1} & T^0 \alpha \otimes E_{C-1,C} \\ & & & & & E_m \otimes C S_C^0 \beta_{C-1} & (T + T^0 \alpha \oplus C S_C) \end{pmatrix} \quad (10)$$

式中,  $T^0 = -T \cdot e$ ;  $E_m = \text{diag}(1, 1, \dots, 1)_{m \times m}$ ;  $E_{n,n+1} = \text{diag}(1, 1, \dots, 1)_{l_n \times l_{n+1}}$ ,  $1 \leq n \leq C-1$ ;  $S_n^0 = -S_n \cdot e$ ,  $1 \leq n \leq C$ ;  $T \otimes S$  和  $T \oplus S$  分别为矩阵  $T$  和  $S$  的 Kronecker 乘积与 Kronecker 和; 矩阵  $Q$  的三对角块矩阵实际上代表了各个状态之间的转移强度。

该准生灭过程的稳态概率向量  $\pi$  能通过求解下面的全局平衡等式获得:

$$\pi \cdot Q = 0 \text{ 和 } \pi \cdot e = 1 \quad (11)$$

该向量  $\pi = (\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_C)$ , 其中  $\pi_0 = (\pi_{01}, \pi_{02}, \dots, \pi_{0m})$  为水平 0 的稳态概率向量,  $\pi_n = (\pi_{n,1}, \pi_{n,2}, \dots, \pi_{n,m \cdot l_n})$ ,  $1 \leq n \leq C$ , 为水平  $n$  的稳态概率向量。由此可知向量  $\pi$  长度为  $m + \sum_{n=1}^C l_n m$ 。

本文采用局部向量化的 SOR 迭代法进行求解, 采用 MATLAB 软件获得稳态概率向量  $\pi$  (如图 1 所示) 和通道内的平均顾客数  $EN$ 、人均面积  $ES$ 、堵塞概率  $P_C$ 、顾客输出率  $\theta$ 、顾客在通道内的平均逗留时间  $ET$  等性能指标:

$$EN = \sum_{n=1}^C n \cdot \pi_n \cdot e \quad (12)$$

$$ES = \sum_{n=1}^C \frac{L \cdot W}{n} \frac{\pi_n \cdot e}{(l - \pi_0 \cdot e)} \quad (13)$$

$$P_C = \pi_C \cdot e \quad (14)$$

$$\theta = \lambda - \pi_C \cdot (T^0 \otimes E_{l_C}) \cdot e \quad (15)$$

$$ET = EN / \theta \quad (16)$$

式中,  $E_{l_C} = \text{diag}(1, 1, \dots, 1)_{l_C \times l_C}$ 。

设已求得线性代数方程组  $\pi \cdot Q = 0$  第  $k-1$  次迭代向量  $\underline{x}^{(k-1)} = (\underline{x}_1^{(k-1)}, \underline{x}_2^{(k-1)}, \dots, \underline{x}_C^{(k-1)})$  及第  $k$  次迭代向量  $\underline{x}^{(k)}$  的第  $n-1$  个分量  $\underline{x}_{n-1}^{(k)}$ ,  $1 \leq n \leq C+1$  (注:  $\underline{x}_0^{(k)}$  和  $\underline{x}_{C+1}^{(k)}$  均表示该项不存在), 要计算分量  $\underline{x}_n^{(k)}$ 。

**Step 1** 采用非零向量初始化迭代向量  $\underline{x}^{(0)}$ , 给定迭代精度  $\varepsilon$ , 并采用 MATLAB 里面的 Sparse 函数对矩阵  $Q$  进行稀疏存储;

**Step 2** 用局部向量化的 SOR 算法求解第  $k$  次迭代值, 即  $\underline{x}_n^{(k)} = \underline{x}_n^{(k-1)} + \omega (\underline{Q}_{n,n-1} \underline{x}_{n-1}^{(k)} - \underline{Q}_{n,n+1} \underline{x}_{n+1}^{(k-1)}) / \underline{Q}_{nn}$ , 其中,  $\underline{Q}_{ij}$  为  $Q$  矩阵的第  $i$  行第  $j$  列的对角块矩阵,  $\omega$  为松弛因子, 本算法取  $\omega=1.25$ 。

**Step 3** 判定第  $k$  次迭代向量  $\underline{x}^{(k)}$  与第  $k-1$  次迭代向量  $\underline{x}^{(k-1)}$  的距离  $|\underline{x}^{(k)} - \underline{x}^{(k-1)}| < \varepsilon$  否? 否, 则  $k \leftarrow k+1$ , 重复 **Step 2**; 是, 则停止迭代, 进入 **Step 4**。

**Step 4** 对停止迭代的  $\underline{x}^{(k)}$  进行正规化获得稳态概率向量  $\pi$ , 即  $\pi = \underline{x}^{(k)} / |\underline{x}^{(k)}|$ 。

图 1 稳态概率向量计算的伪代码

### 3.2 双向和多向客流排队模型

考虑一个长宽分别为  $L$ 、 $W$  的单一地铁通道, 通道两端各有一股客流到达, 其时间间隔分别服从  $<\lambda_1, c_{a,1}^2>$  和  $<\lambda_2, c_{a,2}^2>$  的 PH 分布。如此的排队系统可以转化成通道长度为  $L$ 、宽度为  $W$  和时间间隔服从  $<\lambda', c_a'^2>$  的单向客流排队模型处理。其中,  $\lambda' = \lambda_1$

$$+ \lambda_2; c_a'^2 = (\lambda_1 c_{a,1}^2 + \lambda_2 c_{a,2}^2) / \lambda'。$$

类似的, 考虑一个长宽分别为  $L$ 、 $W$  的单一地铁通道, 有多个方向的客流, 其时间间隔分别服从  $<\lambda_i, c_{a,i}^2>$  ( $i=1, 2, \dots, I$ ) 的 PH 分布, 各客流到其出口的旅行距离分别为  $L_1, L_2, \dots, L_I$ 。如此的排队系统可以转化成通道长度为  $L'$ 、宽度为  $W$  和时间间隔服从  $<\lambda'', c_a''^2>$

的单向客流排队模型处理。其中,  $\lambda'' = \sum_{i=1}^I \lambda_i$ ;  $c_a^2 = \sum_{i=1}^I \lambda_i c_{a,i}^2 / \lambda''$ ;  $L' = \sum_{i=1}^I \lambda_i L_i / \lambda''$ 。

3.3 排队模型的仿真模拟验证

为验证本文  $PH < \lambda, c_a^2 > / PH < nu_n, c_{s,n}^2 > / 1/C$  模型描述地铁通道排队现象的准确性,用该模型和微观仿真两种方法获取通道的性能指标并进行对比。给定单向通道长  $L$  为 3 m、有效宽度  $W$  为 2 m,采用 2.3 节提到的 9 组不同变异系数的实际到达时间间隔数据生成客流。

微观仿真在 AnyLogic 软件中进行(如图 2 所示),对 9 组不同客流数据均采用随机种子重复仿真模拟 30 次,每次仿真的行人人数均为 11 000,其中前 1 000 个用来使系统达到稳态,不作为统计分析的数据。实验参数如表 2 所示。

表 1 实验参数

编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\lambda$	2.26	2.25	2.21	1.79	1.25	0.67	0.4	0.34	0.21
$c_a^2$	1.73	1.5	1.62	2.91	2.05	1.82	2.36	4.29	3.24

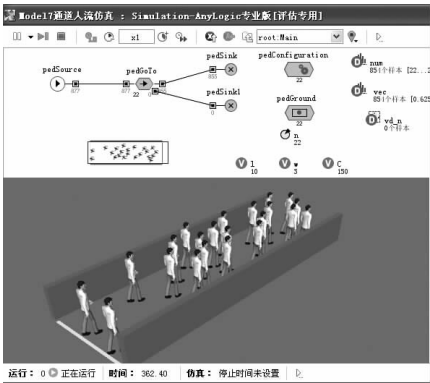


图 2 AnyLogic 仿真界面(截图)

从图 3 中可以看出,针对 9 组不同到达率和变异系数的实际客流数据,仿真模拟和排队模型计算的各項性能指标均非常接近,针对各項性能指标即平均排队长  $EN$ 、人均面积  $ES$ 、堵塞概率  $P_c$ 、输出率  $\theta$  和平均逗留时间  $ET$ ,两者的最大绝对误差分别为 0.47、0.01、0.02、0.04、0.5。因此,本模型  $PH < \lambda, c_a^2 > / PH < nu_n, c_{s,n}^2 > / 1/C$  可准确地描述地铁通道排队现象。

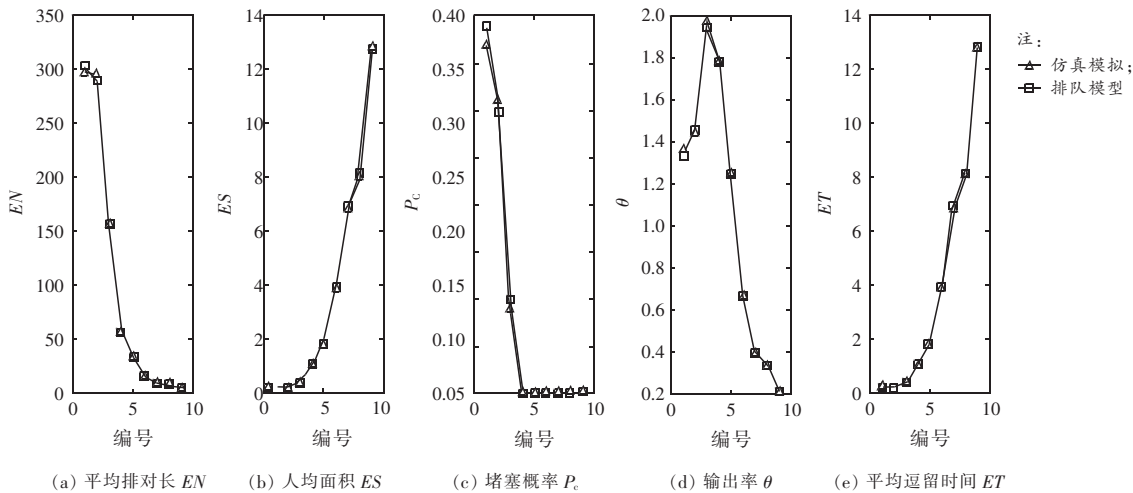


图 3 仿真模拟和排队模型计算的性能指标比较

4 通道宽度的量化

假设给定的服务水平下人均面积为  $S$ 。将  $PH < \lambda, c_a^2 > / PH < nu_n, c_{s,n}^2 > / 1/C$  排队模型计算的人均面积  $ES$ ,即式(13),与之建立等式关系,获得该服务水平下的通道宽度:

$$W = S(1 - \pi_0 \cdot e) / \sum_{n=1}^C \frac{L \cdot \pi_n \cdot e}{n} \tag{17}$$

由于式(13)中的  $C$  与  $W$  有关,我们把它转化为如下的优化模型:

$$\min \left( W - S(1 - \pi_0 \cdot e) / \sum_{n=1}^C \frac{L \cdot \pi_n \cdot e}{n} \right)^2$$

s. t.  $W > 0$  (18)

然后采用 MATLAB 优化工具箱中 fmincon 函数并选用当中的 SQP 或 interior - point 算法求解模型式(18)。

5 实验设计与分析

为了对比分析基于  $PH/PH(n)/C/C$  排队模型的

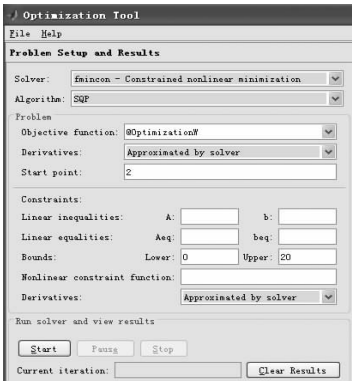


图4 MATLAB 优化界面(截图)

通道宽度量化方法与现有主要的通道宽度量化方法的优劣,设计了36组比较实验,如表2所示。其中:待建通道的设计长度分别取为10 m、30 m;单向远期高峰小时客流量 $q$ 分别取为5 000 per/h、10 000 per/h,15 min高峰系数 $\varepsilon$ 分别取为0.3、0.6和0.9;对于服务水平,我们参考上海地铁站的划分标准<sup>[2]</sup>,分别选取其中B、C、D三个等级。PH/PH( $n$ )/C/C、M/G( $n$ )/C/C、M/G/1和D/D/1计算时所用到的人均占地面积

分别取这三个等级下的最小值2.3 m<sup>2</sup>/per、1.4 m<sup>2</sup>/per和0.9 m<sup>2</sup>/per。

由表2可以发现:

(1)各排队模型针对36组实验的宽度量化值有明显的大小顺序关系,即PH/PH( $n$ )/C/C>M/G( $n$ )/C/C>M/G/1>D/D/1,因为PH/PH( $n$ )/C/C比其他模型更好地考虑了随机性和状态相关性。

(2) $\varepsilon$ 越小,PH/PH( $n$ )/C/C与其他模型的差值越大,因为当 $\varepsilon$ 减小时,到达客流时间间隔分布的变异系数增大,而PH/PH( $n$ )/C/C比其他模型更多地考虑了这一随机性,从而使通道宽度值对高峰系数有较高的灵敏度。

(3)D/D/1模型的宽度量化值与长度 $L$ 无关,M/G/1、M/G( $n$ )/C/C和PH/PH( $n$ )/C/C模型结果随着 $L$ 的增加略有下降。为测试较大的 $L$ 是否会导致后面三个模型的宽度值异常,我们取 $L=1\,000$  m,进行18组实验,结果显示,与 $L=10$  m的实验相比,宽度量化值并没有多大不同,且都大于D/D/1模型结果。这说明基于M/G/1、M/G( $n$ )/C/C和PH/PH( $n$ )/C/C排队模型的通道宽度量化值对通道长度的灵敏度较小。

表2 通道有效宽度取值比较

$L/\text{m}$	$q/(\text{per/h})$	$\varepsilon$	D/D/1			M/G/1			M/G( $n$ )/C/C			PH/PH( $n$ )/C/C		
			B级	C级	D级	B级	C级	D级	B级	C级	D级	B级	C级	D级
10	5 000	0.3	8.42	5.67	4.21	8.47	5.70	4.39	8.51	5.77	4.43	9.48	6.69	5.49
		0.6	4.21	2.83	2.10	4.28	2.90	2.21	4.31	2.93	2.25	4.57	3.22	2.41
		0.9	2.81	1.89	1.40	2.87	1.94	1.52	2.92	1.95	1.53	3.15	2.13	1.75
	10 000	0.3	16.84	11.34	8.42	16.87	11.46	8.66	16.89	11.50	8.80	18.04	12.64	10.18
		0.6	8.42	5.67	4.21	8.48	5.75	4.41	8.50	5.77	4.43	8.76	5.96	4.63
		0.9	5.61	3.78	2.81	5.70	3.86	2.93	5.71	3.87	2.98	5.94	4.03	3.18
30	5 000	0.3	8.42	5.67	4.21	8.45	5.70	4.38	8.49	5.74	4.41	9.47	6.69	5.47
		0.6	4.21	2.83	2.10	4.28	2.87	2.20	4.30	2.92	2.21	4.56	3.21	2.40
		0.9	2.81	1.89	1.40	2.86	1.91	1.51	2.90	1.92	1.52	3.14	2.12	1.75
	10 000	0.3	16.84	11.34	8.42	16.86	11.45	8.65	16.87	11.47	8.76	18.04	12.64	10.18
		0.6	8.42	5.67	4.21	8.47	5.73	4.38	8.49	5.74	4.39	8.74	5.95	4.62
		0.9	5.61	3.78	2.81	5.68	3.85	2.93	5.69	3.86	2.95	5.94	4.02	3.17

基于PH/PH( $n$ )/C/C排队模型的通道宽度量化值均比其他模型要大,其合理性还需要进一步验证。我们采用AnyLogic软件对上述方法设计的通道进行30次仿真模拟(行人参数同2.4.1节),将30次人均面积的平均值作为真实的人均面积,从而与设计时给定的服务水平进行对比。将同一服务水平下的不同高峰小时流量与高峰系数编为同一组,共12组,绘制实际人均面积对比如图5所示。

由图5可以发现:只有PH/PH( $n$ )/C/C得到的人均面积与设计服务水平最接近(只与设计服务水平的人均面积相差0~0.04 m<sup>2</sup>);因此,PH/PH( $n$ )/C/C方

法比M/G( $n$ )/C/C、M/G/1、D/D/1更适合地铁通道宽度的设计。

6 结论

论文建立具有解析性和通用性的PH/PH( $n$ )/C/C状态相关排队模型对地铁水平直向通道的排队现象进行了准确描述,并基于该模型对通道宽度和服务水平建立了量化关联,使得出的地铁车站人行通道宽度的设计取值比现有主要模型M/G( $n$ )/C/C、M/G/1和D/D/1的设计值更加能满足给定的服务水平和需求的波动性。

(下转第106页 To P. 106)