文章编号:1006—2106(2005)05—0053—03

具有初始位移压杆在均布荷载作用下的承载力

段树金 [1*] 马 肖 [2]

([1] 石家庄铁道学院土木工程分院,河北 石家庄 050043;[2] 河北师范大学基建处,河北 石家庄 050016)

摘要:格构式拼组结构一般具有较大初始挠度,对结构的受力性能产生不可忽视的影响。线性稳定分析得到的临界荷载普遍较高,其应力水平高于材料的破坏强度极限,因此不宜作为此类结构安全设计的依据。本文对于均布轴向荷载作用下的压杆,考虑初始几何位移的影响,由幂级数法分析得出受力后的变形曲线,并根据边缘纤维屈服准则得到构件的理论最大荷载。对于一般工程构件,此承载力值低于根据线性稳定得到的临界荷载,可以作为结构安全设计的依据。

关键词:压杆;均布轴向荷载;初始位移;边缘纤维屈服准则;承载力

中图分类号:U441 **文献标识码**:A

1 引言

在实际结构中,构件总是存在一定的"缺陷",如压杆可能具有一定的初始弯曲或初应力等。这些初始缺陷的存在会使构件的承载力降低[1,2]。文献[3]分析了初应力对压杆受力性能的影响;文献[4]对具有初始位移压杆在集中荷载作用下的承载力进行了研究;对于均布荷载作用下的压杆,文献[5]讨论了理想体系的承载力,但是,有关具有初始位移体系的理论尚未见报道。

文献[6]给出了自重作用压杆在多种边界条件下的临界荷载和临界失稳长度公式。对于细长无缺陷的压杆,线弹性理论体系可以作为构件是否安全的判别依据。但是,对于大多数工程结构,线性稳定分析中得到的临界荷载 P_{cre} 普遍较高;在临界荷载条件下,结构的应力水平常常高于材料的破坏强度极限。因此,线性屈曲的临界力不宜作为工程结构安全设计的依据[7]。

柏利(J.Perry)将轴心受压构件的初弯曲设为满足边界条件的正弦曲线,由构件边缘纤维屈服准则导出了构件的承载力[8]。这一准则可以有效地确定有初始弯曲的轴心压杆的承载力;特别对于格构式压杆,与实际情况吻合良好[4]。

本文考虑初始几何位移的影响,将初弯曲设为满足边界条件的余弦曲线,由构件边缘纤维屈服准则得到在均布轴向荷载作用下压杆的理论最大荷载。

2 方程建立与求解

图 1 为一均布荷载作用下的压杆,初始侧移为 y_0。

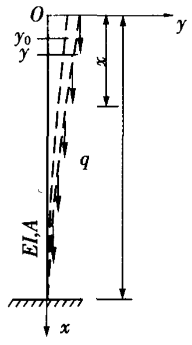

图 1 均布荷载作用下具有初始侧移的压杆

设坐标原点位于直杆的顶端,其初始位移可表示为

$$y_0=\delta_0\left(1-\sin\frac{\pi x}{2l}\right) \tag{1}$$

其中 δ_0 为柱顶的初始位移。

将式(1)展开成幂级数的形式,并取 y_0 为五次函数,其误差在 2 %以内,可以满足工程精度的要求。

$$y_0=\delta_0\left[1-\frac{\pi}{2l}x+\frac{\left(\frac{\pi}{2l}\right)^3}{3!}\cdot x^3-\frac{\left(\frac{\pi}{2l}\right)^5}{5!}\cdot x^5\right] \tag{2}$$

图 1 所示问题的弹性曲线的微分方程为:

* 收稿日期: 2005—06—10 段树金 教授 男 1955 年出生

** 铁道部专项基金资助项目(销接钢结构的刚度和几何非线性分析)

$$EI(y''-y''_0)=\int_0^x qy(t)dt-qxy \tag{3}$$

两边求导并整理得：

$$y'''+\frac{q}{EI}xy'=\delta_0[(\frac{\pi}{2l})^3-(\frac{\pi}{2l})^5\frac{x^2}{2}] \tag{4}$$

令 $y'=p$, $k=q/EI$，则(4)式可改写为：

$$p''+kpx=\delta_0[(\frac{\pi}{2l})^3-(\frac{\pi}{2l})^5\frac{x^2}{2}] \tag{4'}$$

设 $p=\sum_{n=0}^{\infty}C_nx^n$，代入上式，并由边界条件 $p'(0)=0$ 和 $p(l)=0$，得：

$$\begin{cases}C_0=-\dfrac{6(C_2A_2+C_4A_4)}{(6-kA_3)}\\ C_1=0\\ C_2=\dfrac{1}{2}\delta_0(\dfrac{\pi}{2l})^3\\ C_3=\dfrac{k(C_2A_2+C_4A_4)}{(6-kA_3)}\\ C_4=-\dfrac{1}{24}\delta_0(\dfrac{\pi}{2l})^5\end{cases} \tag{5}$$

其中，

$$A_2=l^2+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^nk^n\frac{1}{(3n+2)(3n+1)}\cdot\frac{1}{(3n-1)(3n-2)}\cdots\frac{1}{5\cdot4}l^{3n+2}$$

$$A_3=l^3+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^nk^n\frac{1}{(3n+3)(3n+2)}\cdot\frac{1}{3n(3n-1)}\cdots\frac{1}{6\cdot5}l^{3n+3}$$

$$A_4=l^4+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^nk^n\frac{1}{(3n+4)(3n+3)}\cdot\frac{1}{(3n+1)3n}\cdots\frac{1}{7\cdot6}l^{3n+4}$$

则有

$$p=C_0+C_2[x^2+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^nk^n\frac{1}{(3n+2)(3n+1)}\cdot\frac{1}{(3n-1)(3n-2)}\cdots\frac{1}{5\cdot4}x^{3n+2}]+C_3[x^3+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^nk^n\frac{1}{(3n+3)(3n+2)}\cdot\frac{1}{3n(3n-1)}\cdots\frac{1}{6\cdot5}x^{3n+3}]+C_4[x^4+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^nk^n\frac{1}{(3n+4)(3n+3)}\cdot\frac{1}{(3n+1)3n}\cdots\frac{1}{7\cdot6}x^{3n+4}] \tag{6}$$

对 p 求积分得到：

$$y=a+C_0x+C_2[\frac{1}{3}x^3+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^nk^n\frac{1}{(3n+2)(3n+1)}\cdot\frac{1}{(3n-1)(3n-2)}\cdots\frac{1}{5\cdot4}\frac{1}{3n+3}x^{3n+2}]+C_3[\frac{1}{4}x^4+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^nk^n\frac{1}{(3n+3)(3n+2)}\cdot\frac{1}{3n(3n-1)}\cdots\frac{1}{6\cdot5}\frac{1}{3n+4}x^{3n+4}]+C_4[\frac{1}{5}x^5+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^nk^n\frac{1}{(3n+4)(3n+3)}\cdot\frac{1}{(3n+1)3n}\cdots\frac{1}{7\cdot6}\frac{1}{3n+5}x^{3n+4}] \tag{7}$$

由 $y(l)=0$，得到：

$$a=-C_0l-C_2[\frac{1}{3}l^3+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^nk^n\frac{1}{(3n+2)(3n+1)}\cdot\frac{1}{(3n-1)(3n-2)}\cdots\frac{1}{5\cdot4}\frac{1}{3n+3}l^{3n+2}]-C_3[\frac{1}{4}l^4+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^nk^n\frac{1}{(3n+3)(3n+2)}\cdot\frac{1}{3n(3n-1)}\cdots\frac{1}{6\cdot5}\frac{1}{3n+4}l^{3n+4}]-C_4[\frac{1}{5}l^5+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^nk^n\frac{1}{(3n+4)(3n+3)}\cdot\frac{1}{(3n+1)3n}\cdots\frac{1}{7\cdot6}\frac{1}{3n+5}l^{3n+4}] \tag{8}$$

$$M_{max}=\int_0^l qydx$$

$$=aql+\frac{1}{2}qC_0l^2+qC_2[\frac{1}{12}l^4+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^nk^n\frac{1}{(3n+2)(3n+1)}\cdot\frac{1}{(3n-1)(3n-2)}\cdots\frac{1}{5\cdot4}\frac{1}{3n+3}\frac{1}{3n+4}l^{3n+4}]+qC_3[\frac{1}{20}x^5+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^nk^n\frac{1}{(3n+3)(3n+2)}\cdot\frac{1}{3n(3n-1)}\cdots\frac{1}{6\cdot5}\frac{1}{3n+4}\frac{1}{3n+5}l^{3n+5}]+qC_4[\frac{1}{30}l^6+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^nk^n\frac{1}{(3n+4)(3n+3)}\cdot\frac{1}{(3n+1)3n}\cdots\frac{1}{7\cdot6}\frac{1}{3n+5}\frac{1}{3n+6}l^{3n+6}] \tag{9}$$

根据边缘屈服准则

$$\sigma_{max}=\frac{ql}{A}+\frac{M_{max}h}{2I} \tag{10}$$

令 $\sigma_{max}=f_y$，其中 f_y 为材料屈服应力，h 为压杆截面宽度，由此可求出最大荷载 q_{max}，即为考虑初始几何位移的破坏强度极限荷载。

3　应用算例

计算六四式铁路军用梁拼组柱(见图2)在均布轴向荷载作用下的承载力，考虑初始位移的影响[9]。已知结构各相关参数为 $h=3.0$ m, $A=100.6$ cm^2, $I=0.022635$ m^4, $f_y=340$ MPa, $E=2.06\times10^8$ kN/m^2。

计算结果见表1。

其中 $q_{cr}=7.837\frac{EI}{l^3}$，为均布轴向荷载作用下压杆的临界荷载[10]；

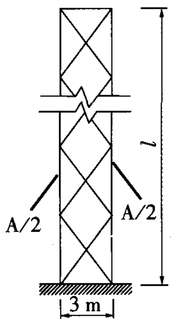

图 2　拼组缀条式组合压杆

表 1　拼组柱在均布轴向荷载作用下的承载力

l/m	δ_0/m	q_{cr}/kN·m^{-1}	q_u/kN·m^{-1}	q_{max}/kN·m^{-1}	$\frac{q_u-q_{max}}{q_{max}}$/%
24	0.084	2 654	142.5	139.6	2.1
32	0.144	1 120	106.9	103.0	3.8
40	0.220	573.4	85.5	80.6	6.1
48	0.312	331.8	71.3	65.3	9.2
56	0.420	209.0	61.1	53.9	13.4
64	0.544	140.0	53.4	44.9	18.9

$q_u=\frac{fA}{l}$，为均布轴向荷载作用下压杆的破坏强度极限荷载。

表 1 的结果表明:

(1) 在此类体系的有效应用长度范围内[11]，承载力由强度控制。

(2) 初始几何位移会降低此类体系的承载力，而且随着拼组柱长度的增加，降低的幅度越来越大。

(3) 由于承载力降低的幅度较大，故在结构设计中应予以考虑。

4　结论

构件边缘屈服理论是用最大应力代替稳定问题，所求出的最大荷载低于临界荷载；初始几何位移使体系的破坏强度极限荷载进一步降低。本文算法具有足够的计算精度，且其结果偏于安全，可供工程结构设计参考。考虑自重作用压杆(即分布荷载与集中力共同作用)的承载力是一个工程上有实际意义的问题，限于篇幅，将另行研究。

参考文献

[1] 李国豪. 桥梁结构稳定与振动[M]. 北京：中国铁道出版社，1992.

[2] 李寿英. 销接钢结构的承载力与有限元分析[D]. 石家庄：石家庄铁道学院，2002.

[3] 张晓敏，张培源，彭向和. 初应力位形上小的变形问题[J]. 工程力学,2003, 20(3):125-128.

[4] 段树金，梁智垚，马肖. 六四梁拼组柱承载力计算探讨[J]. 国防交通工程与技术，2003，1(3)：27-29.

[5] 刘光栋,罗汉泉. 杆系结构稳定[M]. 北京：人民交通出版社，1988.

[6] 张平占. BHA 受压失稳的模型际及临界钻压公式[J]. 煤田地质与勘探，1995，23(5):59-62.

[7] 何畅，向仲富. 具有初始缺陷的高桥墩非线性稳定分析[J]. 重庆交通学院学报，2003，22(3)：14-17.

[8] 张家旭.钢结构[M].北京:中国铁道出版社,1996.

[9] 段树金,李云峰.关于应急拼组工程结构的设计计算[J]. 工程力学,1998,(增刊): 532-535.

[10] 王贺轩,彭兴山.六四式铁路军用梁组墩的试验研究[J]. 铁道建筑,1997 (6):15-19.

BEARING CAPACITY OF THE COMPRESSION BAR WITH INITIAL DEFLECTION UNDER AXIAL UNIFORMLY DISTRIBUTED LOADS

DUAN Shu-jin[1], MA Xiao[2]

[1] School of Civil Engineering, Shijiazhuang Railway Institute; [2]Hebei Normal University

Abstract: Lattice form assembled structure has rather large initial geometric deflection that brings influence to its structural mechanical proprieties. The linear elastic theory can be used as a basis to judge the safety of perfect slender bar. But the critical load of lattice column obtaining from linear stability analysis is generally high. The corresponding critical stress is usually higher than the ultimate strength of material. So the critical force of linear buckling theory is not suitable to be as the safety design standard of such engineering structures. A compression bar bearing axial uniformly distributed load (containing self-weight) is studied in this paper. Considering the initial geometric deflection, the deflected curve is got by power-series solution. Furthermore, the theoretical ultimate load is obtained based on the yielding criterion of the cross-sectional edge stresses. The obtained bearing capacity is lower than the critical load by the linear stability theory for the engineering structures in practice so that the present work can be as the basic theory to the structural safety designs.

Key words: compression bar; axial uniformly distributed load; initial geometric deflection; yielding criterion of the cross-sectional edge stresses; bearing capacity

具有初始位移压杆在均布荷载作用下的承载力

作者： 段树金， 马肖， DUAN Shu-jin， MA Xiao
作者单位： 段树金,DUAN Shu-jin(石家庄铁道学院土木工程分院,河北,石家庄,050043)， 马肖,MA Xiao(河北师范大学基建处,河北,石家庄,050016)
刊名： 铁道工程学报ISTIC PKU
英文刊名： JOURNAL OF RAILWAY ENGINEERING SOCIETY
年，卷(期)： 2005(5)

参考文献(10条)

1. 李国豪 桥梁结构稳定与振动 1992
2. 李寿英 销接钢结构的承载力与有限元分析[学位论文] 2002
3. 张晓敏;张培源;彭向和 初应力位形上小的变形问题[期刊论文]-工程力学 2003(03)
4. 段树金;梁智垚;马肖 六四梁拼组柱承载力计算探讨[期刊论文]-国防交通工程与技术 2003(03)
5. 刘光栋;罗汉泉 杆系结构稳定 1988
6. 张平占 BHA受压失稳的模型际及临界钻压公式[期刊论文]-煤田地质与勘探 1995(05)
7. 何畅;向仲富 具有初始缺陷的高桥墩非线性稳定分析[期刊论文]-重庆交通学院学报 2003(03)
8. 张家旭 钢结构 1996
9. 段树金;李云峰 关于应急拼组工程结构的设计计算 1998(zk)
10. 王贺轩;彭兴山 六四式铁路军用梁组墩的试验研究 1997(06)